

**Examenul național de bacalaureat 2022**  
**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{tehnologic}$**

**Model**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că  $(\sqrt{8} + 1) \cdot (2\sqrt{2} - 1) - \sqrt{36} = 1$ .
- 5p** 2. Se consideră funcțiile  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 5x - 1$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = 5 + 2x$ . Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor  $f$  și  $g$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{x^2 + 6x} = x$ .
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr  $n$  din mulțimea  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ , numărul  $4 \cdot n$  să fie element al mulțimii  $A$ .
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(2,1)$ ,  $B(3,4)$  și  $C$ , astfel încât punctul  $A$  este mijlocul segmentului  $BC$ . Arătați că triunghiul  $AOC$  este dreptunghic isoscel.
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ascuțitunghic  $ABC$  în care  $\sin 30^\circ \cdot \sin A = \cos 60^\circ \cdot \cos A$ . Calculați  $\operatorname{tg} A$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $B(a) = \begin{pmatrix} 0 & a-2 \\ 1 & 3a \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $\det A = 3$ .
- 5p** b) Determinați numărul real  $x$  pentru care  $A \cdot A + A = 2B(x)$ .
- 5p** c) Determinați numărul real  $a$  pentru care  $\det(B(a) \cdot A + B(3a)) = 4$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = (xy + 1)(x + y)$ .
- 5p** a) Arătați că  $1 * 2 = 9$ .
- 5p** b) Arătați că  $e = 0$  este elementul neutru al legii de compoziție „\*”.
- 5p** c) Determinați numerele naturale nenule  $n$  pentru care numărul  $N = n * \frac{1}{n}$  este întreg.

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x-1)e^x - \frac{x^2}{2}$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = x(e^x - 1)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** b) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x^2} = 0$ .
- 5p** c) Arătați că  $f(x) \leq f(x^2)$ , pentru orice  $x \in (-\infty, 0]$ .
2. Se consideră funcția  $f: (-4, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{4x}{x+4}$ .
- 5p** a) Arătați că  $\int_1^2 (x+4)f(x) dx = 6$ .
- 5p** b) Arătați că  $\int_1^4 \frac{1}{x} \cdot f(x^2) dx = 4 \ln 2$ .
- 5p** c) Demonstrați că orice primitivă a funcției  $f$  este convexă.